

Avis de Soutenance

Monsieur Tanguy MASSACRIER

Mathématiques

Soutiendra publiquement ses travaux de thèse intitulés

Confluences cubiques et formalisation des catégories cubiques

dirigés par Monsieur Philippe MALBOS

Soutenance prévue le **vendredi 12 décembre 2025** à 14h00

Lieu : Université Lyon 1, bâtiment Jean Braconnier - Salle Fokko du Cloux au 43 bd du 11 novembre à
Villeurbanne

Composition du jury proposé

M. Philippe MALBOS	Université Lyon 1	Directeur de thèse
M. Nicolai KRAUS	Université de Nottingham (Royaume-Uni)	Rapporteur
M. Jean GOUBAULT-LARRECQ	ENS Cachan	Rapporteur
Mme Sophie MOREL	CNRS Lyon	Examinatrice
M. Xavier URBAIN	Université Lyon 1	Examineur
Mme Femke VAN RAAMSDONK	L'université libre d'Amsterdam (Pays-Bas)	Examinatrice
Mme Fida EL CHAMI	Universitaire Libanaise	Examinatrice
Mme Florence FAUQUANT-MILLET	Université de Saint-Etienne	Invitée
M. Georg STRUTH	Université de Sheffield (Royaume-Uni)	Invité

Mots-clés : réécriture de dimension supérieure, catégories cubiques, mathématiques formalisées, Isabelle/HOL, preuves de cohérence, stratégies de normalisation

Résumé :

Cette thèse s'inscrit dans un programme de recherche sur la formalisation de la réécriture. Nous étudions la propriété de confluence, qui garantit que deux réécritures sur une même expression peuvent être prolongées par d'autres chemins de réécriture conduisant à une expression commune. Cette propriété fondamentale de la réécriture a été exprimée dans différents langages: diagrammes, inclusions de relations, algèbres de Kleene, catégories globulaires et cubiques. Cette thèse étudie la formalisation de cette propriété d'un point de vue cubique. Les schémas de confluence de branchements de deux réécritures sont par définition carrés et ceux de k -branchements forment des k -cubes. Cela suggère une formulation naturelle des preuves de confluence dans le langage des catégories et polygraphes cubiques. Dans cette thèse, nous introduisons un cadre permettant d'étudier les preuves de confluence comme des constructions cubiques et d'en déduire des formalisations cubiques à un seul ensemble. Nous explicitons la notion de contraction cubique permettant de démontrer l'acyclicité des $(\omega, 0)$ -catégories cubiques. Nous montrons comment construire des contractions cubiques à partir de systèmes de réécriture abstraits confluents et terminants. Nous donnons ainsi une construction explicite de résolution polygraphique

cubique constituée en toute dimension par les formes cubiques des confluences des multiples branchements. Nous formulons les schémas de preuves de confluence à la Newman et Church-Rosser dans ce langage polygraphique. Nous introduisons les catégories cubiques à un seul ensemble, dites *single-set*, qui axiomatisent les catégories cubiques en définissant la dimension des cellules par des équations de point fixe. L'axiomatisation à un seul ensemble est bien adaptée à une formalisation dans l'assistant de preuve Isabelle/HOL. Nous formalisons les ω -catégories cubiques à un seul ensemble dans Isabelle/HOL. Enfin, nous formalisons le concept de système de réécriture dans les ω -catégories globulaires polygraphiables à un seul ensemble, qui correspondent aux ω -catégories globulaires librement engendrées par des ω -polygraphes. Nous les caractérisons comme les objets cofibrants de la structure de modèle folk transférée et nous les formalisons dans Isabelle/HOL.