DIPLÔME NATIONAL DE DOCTORAT

(Arrêté du 25 mai 2016)

Date de la soutenance : **08 juillet 2025**

Nom de famille et prénom de l'auteur. e : **Monsieur Adrien PERREL**

Titre de la thèse **:** théorèmes limites et mesure invariante pour une famille de marches aléatoires en milieu aléatoire

Résumé

Cette thèse est consacrée à l'étude du comportement asymptotique d'une classe de marches aléatoires en environnement aléatoire, les marches aléatoires en environnement de Dirichlet (RWDE, pour Random Walk in Dirichlet Environment) sur $\mathbb{Z}^d$. Une marche aléatoire en environnement aléatoire sur un graphe est une chaîne de Markov dont les probabilités de transition à chaque sommet (l'environnement) ont été tirées au hasard suivant une distribution de probabilité fixée. La loi de Dirichlet sur les environnements apparaît naturellement comme la loi de mélange d'une marche aléatoire renforcée par arêtes orientées, et possède une remarquable propriété d'invariance statistique par retournement du temps. Je m'intéresse en particulier à l'étude du phénomène de piège, c'est-à-dire la création de régions où la RWDE perd beaucoup de temps sur son trajet. Dans le premier chapitre de cette thèse, nous obtenons un théorème limite stable pour les fluctuations au second ordre des RWDE sous-diffusives vérifiant la condition (T) de Sznitman en dimension $d \geq 3$. Ce résultat complète celui de Poudevigne sur le comportement asymptotique des RWDE sous-balistiques. Sous nos hypothèses, les fluctuations de la marche ne sont dues qu'aux pièges, et même essentiellement à un seul piège, très profond et que la marche ne visite qu'un nombre réduit de fois. Le deuxième chapitre de cette thèse traite d'une nouvelle identité, dite produit-quotient. Cette identité donne essentiellement la loi conditionnelle du quotient des probabilités d'atteinte entre deux sommets donnés sachant le produit de ces probabilités. Elle découle d'une propriété de mélange, obtenue par comparaison avec un processus de saut renforcé par sommets : les probabilités de transition du milieu de Dirichlet, lorsque multipliées par des variables aléatoires de distribution bien choisie, restent distribuées comme un milieu de Dirichlet. Outre la preuve de l'identité produit-quotient, le deuxième chapitre présente deux premières conséquences que nous avons pu en tirer. D'une part, cette identité fournit un moyen d'estimer les fluctuations de la mesure stationnaire pour les RWDE sur des tores de dimension 2. De cela, on peut déduire des critères pour l'existence d'une mesure de probabilité absolument continue et invariante pour le processus des environnements vus du point de vue d'une particule décrivant une RWDE sur $\mathbb{Z}^2$. Si la marche est récurrente, une telle probabilité invariante vue de la particule ne peut exister, car les fluctuations de la mesure stationnaire sur le tore explosent quand la taille du tore augmente. À l'inverse, pour une marche balistique vérifiant la condition (T), on peut construire une telle probabilité invariante, les fluctuations de la mesure stationnaire sur le tore restant uniformément bornées. On obtient des résultats similaires pour une version accélérée de la RWDE, où l'accélération compense l'effet des pièges. Tout cela fonde une conjecture sur les régimes d'existence d'une mesure invariante vue de la particule absolument continue pour les RWDE du plan, ce qui n'avait pu être proposé jusqu'ici. D'autre part, en étudiant l'identité produit-quotient dans le cas de la dimension 1, nous en déduisons une version discrète de la propriété de Matsumoto-Yor pour le mouvement brownien. Bien que cette propriété s'apparente à certaines identités obtenues dans le contexte des probabilités intégrables, notre approche en diffère profondément. Un dernier chapitre présente une recherche en cours sur l'adaptation d'une méthode due à Balázs, Rassoul-Agha et Seppäläinen pour établir les grandes déviations d'une version dirigée de la RWDE. Une nouvelle preuve de leur résultat peut être adaptée au cas des RWDE non dirigées sur $\mathbb{Z}$ et permet de retrouver sans prérequis un résultat déjà connu, donnant une expression explicite de la fonction du taux de grandes déviations pour la suite des temps d'atteintes des entiers naturels.

Mots-clés : marches aléatoires en milieu aléatoire,marches aléatoires renforcées,loi de Dirichlet,théorème limite stable,mesure invariante,propriété de Matsumoto-Yor