

DIPLÔME NATIONAL DE DOCTORAT

(Arrêté du 25 mai 2016)

Date de la soutenance : **22 septembre 2025**

Nom de famille et prénom de l'auteur. e : **Monsieur Solal GAUDIN**

Titre de la thèse : Polynômes eulériens mixtes

Résumé



Les nombres eulériens mixtes forment une famille combinatoire de nombres, provenant de la géométrie. Cette famille généralise notamment les coefficients binomiaux et les nombres eulériens. On ne connaît pas encore de formule générale pour ces nombres. Cette thèse porte sur une généralisation de ces nombres : les polynômes eulériens mixtes, un q -analogue défini par Nadeau et Tewari. Nous apportons ici de multiples contributions à leur étude combinatoire, via un modèle probabiliste discret. Nous utilisons d'abord ce modèle probabiliste pour obtenir des formules explicites des nombres eulériens mixtes dans des cas particuliers, qui étendent les cas de la littérature. Nous relierons ensuite les nombres eulériens mixtes à d'autres familles de la littérature, et donnons un nouveau q -analogue à l'une d'entre elles : les nombres eulériens généralisés de Carlitz et Scoville. Nous tissons également des liens bijectifs avec les nombres de q -hit de Garsia et Remmel, un objet de la théorie des placement des tours. Nous donnons en outre une nouvelle formule de récurrence pour ces nombres. Enfin, nous relierons nos polynômes aux fonctions chromatiques symétriques, via la conjecture de Shareshian et Wachs. Celle-ci généralise l'ex-conjecture de Stanley et Stembridge, démontrée récemment par Hikita. Nous suivons pour cela l'approche probabiliste de cette preuve. Nous retrouvons ainsi un lemme fondamental de Hikita par notre modèle probabiliste, et un cas particulier initialement prouvé par Abreu et Nigro, faisant intervenir les nombres de q -hit.

Mots-clés : Mathématiques discrètes, Combinatoire, Nombres eulériens

