

DIPLÔME NATIONAL DE DOCTORAT

(Arrêté du 25 mai 2016)

Date de la soutenance : **24 septembre 2025**

Nom de famille et prénom de l'auteur. e : **Monsieur Lorenzo SCAGLIONE**

Titre de la thèse : Phases topologiques et la correspondance généralisée bulk-bord pour les matériaux aperiodiques

Résumé



Les isolants topologiques sont des matériaux aux propriétés physiques remarquables : ils se comportent comme des isolants électriques à l'intérieur du matériau tout en supportant des courants conducteurs robustes à leur surface. Ces propriétés dépendent de la phase topologique du matériau, c'est-à-dire la classe d'équivalence par rapport aux déformations continues au sein d'une topologie fixe qui préservent des symétries. Par conséquent, de petites perturbations externes ou des défauts microscopiques - considérés comme des déformations continues - n'affectent pas les caractéristiques physiques intrinsèques de la phase. Notre approche s'appuie sur le cadre C^* -algèbre bien établi en physique du solide et décrit les invariants topologiques à l'aide de la K -théorie. La partie principale de ma thèse de doctorat se concentre sur une classe particulière de modèles aperiodiques unidimensionnels, dans le but de comprendre comment les degrés de liberté internes contribuent à leurs invariants topologiques et comment ces invariants sont liés les uns aux autres par des structures algébriques. Une caractéristique essentielle de cette approche est que les matériaux ne sont pas décrits par un seul hamiltonien, mais par une famille dite covariante d'hamiltoniens, paramétrés par les points d'un espace topologique qui peut être dérivé de la structure géométrique du matériau, appelée le hull. Les invariants topologiques du matériau sont liés à la topologie du hull. Les invariants topologiques sont dérivés des K -groupes des C^* -algèbres associées aux systèmes physiques. Les correspondances entre les invariants - tels que ceux qui relient le bulk et le bord d'un matériau - sont formalisées par les applications de bord qui découlent des suites exactes de C^* -algèbres. Ces séquences exactes relient différents systèmes et constituent un outil puissant pour l'analyse des caractéristiques topologiques. Nous établissons une correspondance bulk-bord qui relie les invariants du bulk aux invariants du bord, en leur donnant une interprétation physique. Dans notre cas, les invariants correspondent à la densité intégrée des états pour le système dans le bulk, tandis que les invariants du système au bord correspondent à certains flux spectraux traversant les lacunes spectrales de l'hamiltonien. Nous appliquons ensuite nos résultats abstraits à un modèle

simple, le modèle de Kohomoto. Pour soutenir et illustrer le cadre théorique, nous utilisons des simulations numériques, qui offrent des aperçus concrets et visuels du comportement des modèles et de la validité des théorèmes. La deuxième partie de ma thèse est un projet parallèle qui compare deux approches qui utilisent la K-théorie pour classifier les phases topologiques protégées par des symétries pour des systèmes quantiques décrits dans l'approximation à une seule particule. La première approche, développée par Kellendonk, est plus abstraite et générale. Elle ne fixe pas l'algèbre à l'avance et décrit les symétries à l'aide de gradations et de structures réelles. La seconde approche, proposée par Alldridge et al. est plus concrète et physiquement fondée : elle utilise une algèbre spécifique, physiquement motivée, et introduit les symétries par le biais de générateurs qui commutent avec l'hamiltonien. Les deux cadres utilisent une version de la K-théorie proposée par Van Daele. Nous montrons que la seconde approche peut être considérée comme un cas particulier de la première. Ce faisant, nous clarifions la relation mathématique entre les deux formalismes et identifions les conditions structurelles sous lesquelles ils coïncident. Une attention particulière est accordée aux rôles de la conservation de la charge et de la symétrie de rotation du spin