

HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES

Date de la soutenance : **03 juillet 2024**

Nom de famille et prénom de l'auteur : **Monsieur BOUSQUET Nicolas**

Titre des travaux : « *Voyage dans les graphes de configuration: Reconfiguration de Colorations et d'Ensembles Indépendants* »

Résumé



Les travaux couverts par ce manuscrit se situent à la frontière entre informatique fondamentale, algorithmique et mathématiques au sein de problèmes dits de combinatoire. Ainsi, on retrouve à la fois des bornes mathématiques sur des distances entre des objets combinatoires mais également de nombreux algorithmes.

Ce manuscrit présente de nombreux résultats que j'ai obtenus en reconfiguration combinatoire. Les motivations pour étudier de tels objets viennent de nombreux domaines dont la physique statistique, la bioinformatique et la chem-informatics ainsi que les jeux combinatoires. Contrairement aux problèmes d'optimisation, où l'on désire trouver une solution à un problème, le but dans les problèmes de reconfiguration consiste à essayer de trouver des transformations entre les solutions. Ainsi, un problème typique de reconfiguration est le Rubik's cube où, étant donné une solution, on désire la transformer en une solution cible. Ainsi les questions classiques du domaine sont les suivantes : est-il possible de transformer n'importe quelle configuration en n'importe quelle autre? Si oui en combien d'étapes? Peut-on efficacement trouver une transformation ou décider qu'elle n'existe pas? Dans ce manuscrit, je passe en revue les résultats obtenus dans le domaine de la reconfiguration combinatoire ces quinze dernières années, en particulier en ce qui concerne la reconfiguration d'ensembles indépendants et la recoloration.

La première grande partie de mon manuscrit concerne la reconfiguration de coloration de graphes. Une k -coloration (propre) d'un graphe est une fonction qui associe un entier entre 1 et k aux sommets d'un graphe de façon à ce que deux sommets adjacents reçoivent des couleurs différentes. La coloration est étudiée depuis des siècles et à de nombreuses applications en réseaux ou ordonnancement par exemple. En recoloration, on dote les colorations d'une notion d'adjacence entre elles: deux colorations sont adjacentes si elles diffèrent sur un sommet exactement. On se demande maintenant s'il est possible de transformer une coloration en une autre avec la notion d'adjacence ci-dessus en maintenant une coloration propre tout au long de la transformation. On décrira ainsi les motivations

pour étudier ces questions ainsi que les grandes conjectures du domaine. On donnera également les principaux résultats ainsi que des esquisses de preuves.

La seconde partie du manuscrit concerne la reconfiguration d'ensembles indépendants dans les graphes. Un ensemble X de sommets est indépendant si les sommets de X sont deux à deux non reliés. On discute les principaux modèles de reconfiguration dans le cas de reconfiguration d'ensembles indépendants et on les compare entre eux. On discutera en particulier dans ce chapitre de questions un peu plus algorithmiques en donnant à la fois des algorithmes de décision sur l'existence (ou non) de transformations mais on discutera également de bornes inférieures de complexité avec des preuves dites "de difficulté".

On conclura le manuscrit par une partie plus courte portant sur d'autres problèmes de reconfiguration étudiés au cours des dernières années dont la reconfiguration et les problèmes de reconfiguration liés à l'extension des matroïdes.