

HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES

Date de la soutenance : **05 mai 2025**

Nom de famille et prénom de l'auteur : **Monsieur NADEAU Philippe**

Titre des travaux : « *Combinatoire algébrique autour d'un problème de géométrie énumérative* »



Résumé

Les travaux de cette HDR se situent dans le domaine de la *combinatoire algébrique*, et consistent en des contributions variées. Ils ont été motivés par une question initiale de géométrie énumérative : explicitement, on a cherché à calculer le nombre de points a_w d'intersection de la *variété permutaédrale* avec une sous variété de Schubert X_w de la variété de drapeaux.

La première partie décrit le problème original, et explique les techniques classiques de cohomologie qui permettent d'énoncer deux formules distinctes pour a_w . La première formule, basée sur des travaux de Klyachko, permet de montrer que ces nombres sont bien strictement positifs, et de montrer diverses propriétés des a_w . La deuxième formule, après un travail algébrique et combinatoire important, permet elle de donner une interprétation combinatoire explicite aux nombres a_w .

La deuxième partie recense diverses contributions qui ont été développées au cours de la résolution du problème original. On donne des q -analogues des nombres qui apparaissent dans la première formule, les *remixed Eulerian numbers* (*nombres eulériens remixtes*). une famille riche qui englobe de nombreuses suites combinatoires connues. On étudie en détail plusieurs aspects combinatoires et algébriques de cette q -déformation. On s'intéresse aussi à une variante de la théorie des *P-partitions*, en lien avec la seconde formule. Pour les aspects combinatoires de cette dernière, on développe aussi une théorie des *fonctions de parking* bilatères.

La troisième et dernière partie concerne les *polynômes quasisymétriques*. Cette importante famille joue un rôle dans la dérivation de la deuxième formule pour les a_w . On construit ici une nouvelle approche par opérateurs pour ces objets, qui simplifie et étend leur étude classique. L'approche est directement motivée par les polynômes symétriques, le rôle des *polynômes de Schubert* étant joué par les *polynômes forêts*.

Ces travaux sont majoritairement en commun avec Vasu Tewari, Hunter Spink étant coauteur pour la dernière partie.