

HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES

Date de la soutenance : **27 juin 2025**

Nom de famille et prénom de l'auteur : **Monsieur LÊ François**

Titre des travaux : « *Dans l'ombre de la géométrie algébrique : études d'articulations disciplinaires au XIXe siècle* »



Résumé

Présentation de mes travaux

Mes recherches se rapportent principalement à l'histoire de la géométrie algébrique au 19^{ème} siècle. Plus spécifiquement, je m'intéresse à la manière dont ont été opérés les rapprochements, transferts et interfaces entre géométrie projective, théorie des fonctions elliptiques et abéliennes, théorie des invariants et théorie des groupes dans une large deuxième moitié de ce siècle. Si cette focale thématique m'amène à considérer les travaux de nombreux mathématiciens du passé, j'étudie de manière plus approfondie Alfred Clebsch (1833-1872), personnage important des mathématiques européennes de l'époque mais dont la pratique mathématique ainsi que l'influence et la postérité effectives restent encore mal connues aujourd'hui.

J'ai également commencé à explorer les possibilités offertes à l'histoire des mathématiques par la textométrie, c'est-à-dire les techniques d'analyse statistique des données textuelles, développées initialement pour les études littéraires. Cette approche est originale en histoire des mathématiques et me semble tout à fait prometteuse.

Dans ce qui suit, je décris rapidement cinq publications significatives.

Dans l'article numéroté [1] dans la liste de publications donnée ci-dessous, j'ai examiné à la loupe la manière dont Clebsch intègre (en 1864-1865) à sa manière les travaux de Riemann sur les fonctions abéliennes et dégage la notion fondamentale de genre pour les courbes algébriques, notamment à partir de celle de connectivité définie par Riemann. Une attention particulière est portée aux différences disciplinaires entre les écrits des deux mathématiciens : je souligne ainsi qu'il n'y a pas de notion de genre chez Riemann, ni même d'objet, de technique de la géométrie projective, au contraire de chez Clebsch. À l'aide d'un corpus d'environ 240 articles, je suis ensuite les notions de genre et de connectivité au cours de la période 1857-1882. En croisant une analyse par les réseaux de citations et une recherche détaillée des contextes d'utilisation des deux notions, je montre que tout au long de cette période, genre et connectivité ont été presque toujours associés à des domaines mathématiques bien distincts, l'expression « genre d'une surface (de Riemann) » n'apparaissant que vers 1880 dans des écrits de Felix Klein. Je décris aussi la complexité du processus d'attribution à Clebsch ou à Riemann de la notion de genre et de résultats de géométrie sur les courbes. Enfin, j'engage une réflexion sur la constitution et les évolutions des réseaux de significations des mots, et sur l'impact potentiel de ces aspects sur la manière d'écrire l'histoire des mathématiques.

L'article [2] porte sur l'histoire des classifications des courbes algébriques par les notions d'ordre, de classe et de genre, usuellement attribuées à Isaac Newton (1704), Joseph-Diez Gergonne (1828) et Alfred Clebsch (1865) respectivement. Les épisodes correspondants, s'ils sont relativement bien connus séparément, sont revisités à l'aune de la problématique classificatoire, et sont plongés dans un récit plus large à l'aide de corpus de textes permettant de suivre la circulation et l'adoption collective des trois notions. Outre les questions terminologiques sous-jacentes, une attention particulière est

portée à l'instabilité sémantique et hiérarchique des ordres, classes et genres, ainsi qu'au passage de leur statut de catégorie de courbes à celui de nombres.

L'article [3] doit prochainement être publié dans un ouvrage collectif sur la notion d'invariant, rassemblant des contributions de mathématiciens, d'historiens et de philosophes des mathématiques, et dirigé par Frédéric Jaëck (Aix Marseille Université). Ma propre contribution aborde la théorie des invariants au 19^{ème} siècle à travers les travaux de Clebsch. De nombreuses publications de celui-ci incluent des applications de cette théorie à l'étude des courbes et surfaces algébriques, ainsi que des équations algébriques : trois cas de telles applications sont analysés au plus près des mathématiques afin d'en faire ressortir les tenants et les aboutissants. Le lien fait par Clebsch entre la théorie des invariants et l'écriture explicite d'équations est également étudiée. Enfin, l'article décrit et compare au *Programme d'Erlangen* de Felix Klein un programme visant à unifier algèbre et géométrie par le biais des formes algébriques et leurs invariants que Clebsch ébaucha à la fin de sa vie.

Les articles [4] et [5] présentent des résultats obtenus à l'aide des outils issus de la textométrie. Dans [4] j'expose d'abord quelques généralités sur le corpus de référence choisi, formé de textes allemands sur les surfaces algébriques : croissance du lexique, comparaison rapide avec des textes littéraires, colorations sémantiques des mots « algébrique » et « géométrique ». Je confronte aussi ce corpus géométrique à un corpus algébrique, sur la théorie des invariants. Je propose ainsi des interprétations historiques de diverses observations statistiques, dont le fait que le mot « équation » soit associé à des réseaux sémantiques différents dans l'un ou l'autre des corpus, ou que ces corpus présentent des déséquilibres significatifs au niveau des parties du discours utilisées. Le corpus géométrique est ensuite étudié en lui-même, au sens où j'en étudie une classification lexicale en six clusters, que je discute en revenant à des critères plus habituels en histoire des mathématiques (thématiques, auteurs, citations, etc.).

C'est la question du style d'écriture d'un mathématicien qui est abordée grâce à la textométrie dans l'article [5], à travers l'exemple de Charles Hermite. L'approche est comparative, et confronte Hermite à Camille Jordan. Deux aspects de la notion de style sont abordés. D'une part, la question de la richesse lexicale est discutée, notamment vis-à-vis de la diversité lexicale et l'utilisation d'hapax, c'est-à-dire de mots apparaissant une seule fois dans chaque corpus. D'autre part, il s'agit de considérer les mots et catégories grammaticales spécifiques aux deux auteurs considérés. Je montre ainsi que le discours hermitien possède une plus grande diversité lexicale que celui de Jordan, et reflète une narration mathématique dynamique, où la première personne et les mots qui décrivent les processus mathématiques à l'œuvre jouent un rôle de grande importance.

Références

[1] F. Lê, "Are the *genre* and the *Geschlecht* one and the same number?" An inquiry into Alfred Clebsch's *Geschlecht*, *Historia Mathematica*, 53, 2020, 71-107.

[2] F. Lê, Des taxons et des nombres : quelques remarques sur les ordres, classes et genres des courbes algébriques, *Revue d'histoire des sciences*, 76 (1), 2023, 85-134.

[3] F. Lê, Theory and applications of invariants in Alfred Clebsch's papers. À paraître dans *Towards a Philosophy of Mathematical Invariants*, F. Jaëck (éd.), Spartacus-IDH.

[4] F. Lê, La théorie des surfaces algébriques dans les *Mathematische Annalen* à l'épreuve de la textométrie (1869-1898), *Revue d'histoire des mathématiques*, 28 (1), 2022, 1-45.

[5] F. Lê, On Charles Hermite's style, *Revue d'histoire des mathématiques*, 30, 2024, 197-231.

